APRIL/MAY 2024

BMA52/CMA52 — REAL ANALYSIS – I

Shanmuga Industries Arts & Science College T.V.Malai

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL questions.

1. Define bounded set convergence sequence.
ஒருங்கு தொடர் வரிசையை வரையறு.

2. Define countable set.
எண்ணுறு கணம் வரையறு.

3. Define oscillating sequence.
அலைவுத் தொடர்வு வரையறு.

4. What is Cauchy criterion.
காஷி தேர்வு அளவை என்றால் என்ன?

5. Define alternating series.
ஒன்று விட்ட தொடர் வரையறு.

6. Show that the series $1+\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\cdots$ is absolutely convergent.
$1+\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\cdots$ என்ற தொடர் தனியாக ஒருங்கும் எனக் காட்டுக.

14. (a) If $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ is a non increasing sequence of positive numbers and if $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converges then prove that $\lim_{x\to a} n a_n = 0$.

$\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ என்பது குறையாத மிகை எண்களின் தொடர்பு மற்றும் $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ஒருங்கும் எனில் $\lim_{x\to a} n a_n = 0$ என நிறுவுக.

Or

(b) Let $\langle M, \rho \rangle$ be a metric space and let a be a point in M. Let f and g be real valued functions whose domains are subsets of M. If $\lim_{x\to a} f(x) = L$ and $\lim_{x\to a} g(x) = N$ then prove that $\lim_{x\to a}[f(x)g(x)] = LN$.

$\langle M, \rho \rangle$ என்பது மீட்டர் வெளி மற்றும் a என்பது M ல் உள்ள புள்ளி. f மற்றும் g மிகை மதிப்புள்ள சார்பு அதன் அரங்கங்கள் M ன் உள்வெளிகள் எனில் $\lim_{x\to a} f(x) = L$ மற்றும் $\lim_{x\to a} g(x) = N$ எனில் $\lim_{x\to a}[f(x)g(x)] = LN$ என நிறுவுக.

15. (a) If f and g are real valued functions, f is continuous at a and if g is continuous at $f(a)$ the prove that $f \circ g$ is continuous at a.

f மற்றும் g மிகை மதிப்புள்ள சார்புகள், a என்ற புள்ளியில் f ஒரு தொடர்ச்சியான சார்பு மற்றும் $f(a)$ என்ற புள்ளியில் g ஒரு தொடர்ச்சியான சார்பு எனில் a என்ற புள்ளியில் $f \circ g$ தொடார்ச்சியான சார்பு என நிறுவுக.

Or

(b) Show that the intersection of two open subsets of metric space M is also open.

மீட்டர் வெளியில் இரண்டு அடைவுறா உட்கணங்களின் வெட்டு அடைவுறா கணம் எனக் காண்பி.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. Show that the set of all rational numbers in [0,1] is countable.

[0,1] ல் உள்ள அனைத்து விகித முறு எண்களின் கணம் என்ணுறு கணம் எனக் காண்பி.

17. Prove that every Cauchy sequence is convergent.

எல்லா காஷி தொடர்வும் ஒருங்கும் என நிறுவுக.